

Построение математической модели охлаждения карамели в этиловом спирте

А. А. Хвостов^{1,3}, Г. О. Магомедов², В. И. Рязских^{1,3}, И. В. Плотникова^{2,*},
А. А. Журавлев¹, М. Г. Магомедов²



¹ Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора
Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»,
394064, Россия, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А

² ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет
инженерных технологий»,
394036, Россия, г. Воронеж, пр. Революции, 19

³ ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»,
394026, Россия, г. Воронеж, пр. Московский, 14

Дата поступления в редакцию: 09.04.2020
Дата принятия в печать: 28.08.2020

*e-mail: plotnikova_2506@mail.ru



© А. А. Хвостов, Г. О. Магомедов, В. И. Рязских, И. В. Плотникова, А. А. Журавлев, М. Г. Магомедов, 2020

Аннотация.

Введение. Основной проблемой охлаждения карамели воздухом является длительность процесса и использование многоярусных охлаждающих агрегатов. Актуальным является разработка инновационного способа охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте. Это позволит упростить и интенсифицировать технологический процесс, сократить производственные площади за счет исключения отдельных технологических стадий и сложных единиц металлоемкого и энергоемкого оборудования при охлаждении карамели, получить карамель с антисептическими свойствами, с идеально гладкой, блестящей и сухой поверхностью.

Объекты и методы исследования. Для реализации принципиально новой и перспективной технологии карамели, экспериментальные исследования по получению и охлаждению карамельной массы проводились в универсальной смесительно-формующей установке с высокопроизводительной охлаждающей камерой с «холодным» пищевым этиловым спиртом, которая характеризуется высоким уровнем автоматизации измерений и управления основными параметрами процесса охлаждения.

Результаты и их обсуждение. Предложена математическая модель процесса охлаждения карамели в этиловом спирте, включающая в себя процессы теплопередачи в спирте, в объеме карамели, а также на их границе. В основу положены уравнения нестационарной теплопроводности в шаре. Процесс теплообмена с окружающей средой (спиртом) характеризуется коэффициентом теплоотдачи от шара. На основе известных экспериментальных данных проведена аппроксимация параметров модели (динамической вязкости, плотности, коэффициента теплопроводности, удельной теплоемкости) как функции температуры многочленом третьего порядка.

Выводы. Разработанная математическая модель позволяет оценить радиальное распределение температуры карамели в форме шара при ее конвективном охлаждении в этиловом спирте, а также прогнозировать изменение среднеобъемной температуры карамели и энергетических затрат в зависимости от продолжительности охлаждения, скорости движения потока этилового спирта, теплофизических свойств карамели и охлаждающего агента. Предложенные математические соотношения могут быть использованы для расчета потребного расхода этилового спирта для охлаждения, а также расчета и подпора оборудования поточной линии производства карамели.

Ключевые слова. Охлаждение, карамель, спирт, теплообмен, математическое моделирование

Для цитирования: Построение математической модели охлаждения карамели в этиловом спирте / А. А. Хвостов, Г. О. Магомедов, В. И. Рязских [и др.] // Техника и технология пищевых производств. – 2020. – Т. 50, № 3. – С. 425–438. DOI: <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2020-3-425-438>.

Cooling Caramel in Ethyl Alcohol: Constructing a Mathematical Model

Anatoly A. Khvostov^{1,3}, Gazibeg O. Magomedov², Victor I. Ryazhskih^{1,3},
Inessa V. Plotnikova^{2,*}, Aleksey A. Zhuravlev¹, Magomed G. Magomedov²

¹ Military Educational and Scientific Centre of the
Air Force N.E. Zhukovskiy and Y.A. Gagarin
Air Force Academy,
54A, Starykh Bol'shevikov Str., Voronezh, 394064, Russia

² Voronezh State University of Engineering Technologies,
19, Revolutsii Ave., Voronezh, 394036, Russia

³ Voronezh State Technical University,
14, Moskovskiy Ave., Voronezh, 394026, Russia

Received: April 09, 2020
Accepted: August 28, 2020

*e-mail: plotnikova_2506@mail.ru



© A.A. Khvostov, G.O. Magomedov, V.I. Ryazhskih, I.V. Plotnikova, A.A. Zhuravlev, M.G. Magomedov, 2020

Abstract.

Introduction. The process of air-cooling caramel remains one of the most complicated issues of contemporary food industry, since it is time-consuming and requires multi-level cooling units. Therefore, the development of an innovative method of cooling caramel in “cold” potable ethanol is an urgent task the modern food science has to solve. The method optimizes and intensifies the technological process, as it reduces production areas by eliminating some technological stages and complex units of metal-intensive and energy-intensive equipment. It gives caramel antiseptic properties and a perfectly smooth, shiny, and dry surface.

Study objects and methods. The research objective was to develop a fundamentally new and promising caramel technology. The experimental studies on the production and cooling were performed in a mixing and forming multi-unit with a high-performance cooling chamber. The chamber had functions of automatic measurements and control of the main parameters of the cooling process. The research used “cold” potable ethanol.

Results and discussion. The paper introduces a mathematical model of the process of cooling caramel in ethanol. It includes heat transfer processes in alcohol, in the caramel mass, and on their border. The model was based on equations of transient heat conduction in a sphere. The process of heat exchange with the environment, i.e. alcohol, was characterized by the coefficient of heat transfer from the sphere. The model parameters included dynamic viscosity, density, thermal conductivity coefficient, and specific heat capacity. Based on the experimental data, the parameters were approximated as a function of temperature by a cubic polynomial.

Conclusion. The developed mathematical model made it possible to estimate the radial temperature distribution of caramel in the form of a sphere during its convective cooling in ethanol. The model also predicted the change in the average volume temperature of the caramel and energy costs depending on the cooling period, the flow speed of the ethanol, the thermophysical properties of the caramel and the cooling agent. The proposed mathematical model can be used to calculate the required consumption of ethanol for cooling and backwater of the caramel production line.

Keywords. Cooling, sweets, ethanol, heat exchange, mathematical modeling

For citation: Khvostov AA, Magomedov GO, Ryazhskih VI, Plotnikova IV, Zhuravlev AA, Magomedov MG. Cooling Caramel in Ethyl Alcohol: Constructing a Mathematical Model. Food Processing: Techniques and Technology. 2020;50(3):425–438. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2020-3-425-438>.

Введение

Одной из важных технологических стадий производства карамели является ее формование с последующим охлаждением перед заверткой и упаковкой. Для получения карамели удовлетворительного качества – твердой, прочной и хрупкой структуры – отформованную карамель охлаждают до температуры 30–35 °С [1].

Охлаждение карамели на производстве достигается за счет обдувания ее воздухом из помещения, подаваемого вентилятором через воздуховоды. Причем, чем ниже температура воздуха, тем эффективнее процесс охлаждения. Если у воздуха низкая температура из-за малой теплопроводности карамельной массы, то карамель может охлаждаться неравномерно. На поверхности температура снижается, но внутри остается высокой. При этом наружные размеры карамели сокращаются, тогда как внутри карамели такие изменения незначительны, что приводит к появлению на поверхности карамели

трещин. В зимнее время используют наружный воздух, к которому частично добавляют воздух из помещения, а в летнее время – воздух, охлажденный в кондиционерах. Относительная влажность воздуха должна быть не выше 60 %, его температура должна быть на 2–3 °С выше точки росы воздуха в цехе [2].

На предприятиях используют несколько способов формования карамели: I – путем формирования карамельного батона и калибровки карамельного жгута из карамельной массы температурой 75–80 °С с последующим его разделением с помощью цепных режущих, штампующих и ротационных машин или карамелеформирующе-заверточных автоматов на отдельные карамельки определенной формы; II – методом экструзии карамельной массы в виде карамельного жгута температурой 75–80 °С с последующей его резкой на отдельные карамельки; III – отливкой горячей карамельной массы температурой 128–133 °С в жесткие силиконовые, поликарбонатные или металлические с тефлоновым

покрытием формы различной конфигурации с помощью отливочных машин с поршневыми или ротационными дозаторами, смонтированных в комплекте с охлаждающими туннелями или шкафами [3, 4].

Охлаждение карамели после ее формования первым и вторым способами проводят в два этапа. Вначале карамель в виде отдельных карамелек, соединенных между собой перемычками, охлаждают на узком охлаждающем транспортере до температуры 65–70 °С, а затем в специальных охлаждающих шкафах или установках закрытого типа. Продолжительность охлаждения карамели на узком охлаждающем транспортере составляет 10–15 с. Однако, в связи с высокой скоростью формования карамели на цепных, штампующих и ротационных машинах, требуется транспортер большой длины (до 30 м). При этом общая длина поточной линии значительно увеличивается, затрудняется работа по ее обслуживанию и для этого требуются большие производственные площади. Для окончательного охлаждения карамели применяют охлаждающие устройства различной конфигурации. Например, многоярусный (от двух до пяти ярусов) вибрационный агрегат марки АОК закрытого типа производительностью 1000 кг/ч комбинированного (конвективно-радиационного) отвода теплоты, ускоряющего процесс охлаждения карамели. Данный агрегат представляет собой камеру, внутри которой проходит сетчатый конвейер и установленные две автономные системы охлаждения и транспортирования воздуха. Система охлаждения состоит из воздухоохладителя, вентилятора, воздуховода и распределительного короба. Горячая карамель поступает на сетчатый конвейер и перемещается под распределительным коробом. Из короба через щели поступает холодный воздух, который охлаждает карамель и направляется на повторное охлаждение. Кроме того, поверхности распределительного короба, обращенные к охлаждаемой карамели, окрашены черной краской, что приводит к поглощению ими теплоты, излучаемой карамелью. От нагретых поверхностей теплота отбирается воздухом. Во время работы агрегата температуру охлаждающего воздуха поддерживают на уровне 0–3 °С, относительную влажность – не выше 60 %. Температура рассола в воздухоохладителе должна быть от –12 °С до –15 °С, давление – 0,5–0,6 МПа, продолжительность охлаждения карамели в агрегате составляет до 3 мин, расход холодного воздуха – 8500 м³/ч, расход холода – 22000 ккал/ч, суммарная мощность электродвигателей равна 9,4 кВт. При охлаждении карамели на двухъярусном охлаждающем инерционном транспортере ШТ2-В производительностью 1000 кг/ч расход холодного воздуха составляет 60 000 м³/ч, продолжительность охлаждения – до 4 мин [5].

Карамель, отформованную по третьему способу (методом отливки), охлаждают в один этап: путем охлаждения заполненных карамельной массой форм в охлаждающем туннеле или шкафу при температуре воздуха не более 10 °С в течении 15 мин. Для этого применяют охлаждающие многоярусные (до пять ярусов) туннели или шкафы фирмы Bosch, Winkler und dunnebler, Klockner Hansel, Sollich (Германия), D&R Industries (Китай) производительностью до 2000 кг/ч [3]. Они состоят из чередующихся последовательно вентиляционных и холодильных секций, оснащенных испарителями и мощными вентиляторами.

Основной проблемой охлаждения карамели воздухом является длительность процесса (12–16 мин) и использование многоярусных охлаждающих агрегатов, которые из-за своих габаритных размеров занимают значительную площадь. Данное оборудование необходимо регулярно выключать, чтобы с воздухоохладителей стайвала снежная «шуба», периодически очищать и просушивать камеры. Кроме того, периодически следует удалять пыль и загрязнения с поверхностей воздухоохладителей и радиационных панелей. Наружные поверхности узлов, соприкасающиеся с рассолом (или фреоном), имеют температуру, при которой происходит конденсация воздушной влаги, поэтому они должны быть покрыты теплоизоляцией [6]. В связи с этим необходимо проведение новых научных исследований по усовершенствованию процесса охлаждения отформованной карамели в различных охлаждающих средах.

Для совершенствования и интенсификации технологического процесса охлаждения карамели, устранения имеющихся недостатков, исключения отдельных технологических стадий и единиц оборудования, сокращения производственных площадей, снижения энергозатрат на обработку, формование и охлаждение карамели, повышение производительности и качества карамели актуальным является разработка инновационного способа охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте.

«Холодный» пищевой этиловый спирт имеет ряд преимуществ перед воздухом по теплофизическим и технологическим характеристикам. Этиловый спирт обезвоженный 100 % концентрацией не растворяет карамель и не замерзает при низких температурах, даже при температуре (–100 °С) [7]. Продолжительность охлаждения карамели в «холодном» спирте в несколько раз меньше, чем на воздухе. Быстрое охлаждение карамели позволяет предотвратить процесс кристаллизации карамельной массы после ее уваривания, получить карамель с идеально гладкой, блестящей и сухой поверхностью, т. к. спирт обладает свойствами осушителя.

Полученная карамель при упаковке и хранении не слеживается, не засахаривается, не намокает и не прилипает к упаковочному материалу. Еще одним плюсом использования спирта является то, что полученная карамель обладает антисептическими свойствами и долго хранится без специальной упаковки. Преимуществом процесса охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте являются: непрерывность технологического потока, компактность технологического оборудования, универсальность, низкий удельный расход энергии, небольшие капитальные затраты и снижение количества обслуживающего персонала. Данный метод позволяет повысить производительность и эффективность производства, качество продукции, открывает возможность создания новых видов карамели [8].

Целью работы являлась разработка математической модели, описывающей процессы теплообмена охлаждаемой карамели с потоком этилового спирта, что позволит провести сравнительные численные исследования и выявить преимущества инновационного способа охлаждения карамели.

Объекты и методы исследования

Для реализации принципиально новой и перспективной технологии карамели экспериментальные исследования по получению и охлаждению карамельной массы проводились в универсальной смесительно-формующей установке (УСФУ). Ее преимуществом является совмещение процессов уваривания, смешивания, формования и охлаждения в одной установке. При этом достигается непрерывность технологического процесса, низкий удельный расход энергии, небольшие капитальные затраты, что позволяет значительно повысить эффективность производства и улучшить качество продукции. Данная установка отличается высокой интенсивностью получения карамели путем уваривания карамельной массы в вакуум-варочном котле с последующим смешиванием ее с другими рецептурными компонентами перед формованием и отливкой в жесткие формы, которые плавно переходят в закрытую теплоизолированную охлаждающую камеру, заполненную «холодным» пищевым этиловым спиртом [9].

Карамель леденцовую готовили без добавления сахара на основе патоки крахмальной по рецептуре (табл. 1) следующим образом. Крахмальную патоку влажностью 20 ± 2 % и температурой 85–90 °С подавали на уваривание в вакуум-варочную установку. В полученную карамельную массу с массовой долей влаги 1,5–3 % и редуцирующих веществ 45–60 % с помощью дозаторов вносили вкусоароматические и красящие вещества в виде растворов в закрытой камере со шнеком.

Таблица 1. Рецепт карамели без добавления сахара на основе патоки крахмальной

Table 1. Formulation for sugar-free caramel based on starch syrup

Наименование сырья	Расход сырья на 100 кг карамели, кг
Патока крахмальная	98,90
Ароматизатор пищевой или эфирное масло	0,08
Краситель пищевой	0,08
Лимонная кислота	0,94

Приготовленную карамельную массу при температуре 128–133 °С формовали методом отливки в силиконовые формы, диаметр формируемой карамели составлял 0,008 м. Формы с отлитой карамелью опускались в «холодный» пищевой этиловый спирт с температурой 10 ± -5 °С в закрытой охлаждающей камере, в которой карамель охлаждалась до температуры 35 °С. Температура карамели измерялась при помощи быстродействующей термопары типа Т (Cu-CuNi) в виде игловидного зонда, подключенного к цифровому трехканальному термометру марки Testo 735-2. На выходе из камеры карамель обдувалась воздухом для удаления с ее поверхности остатков этилового спирта и затем с помощью сетчатого транспортера карамель с идеально гладкой и блестящей поверхностью передавали на упаковку.

Экспериментальная охлаждающая установка для охлаждения карамели в «холодном» этиловом спирте (рис. 1) состоит из проточной теплоизолированной охлаждающей камеры 9 со съемной верхней крышкой. Внутри камеры 9 расположен сетчатый поддон 13, на который устанавливаются силиконовые формы 14 с горячей отлитой карамелью 10 шарообразной формы диаметром 0,008 м. Охлаждающий спирт из емкости 2 непрерывно прокачивается через охлаждающую камеру 9 при помощи погружного насоса 3. Емкость 2 со спиртом оснащена мешалкой и расположена в холодильной камере с фреоновой батареей 1 с автоматическим поддержанием заданной температуры. Спирт заданной температуры, непрерывно протекая через охлаждающую камеру 9, отбирает теплоту от горячей карамели 10 и через вентиль 12 направляется в емкость 2 для его повторного использования. Температура спирта и отформованной карамели непрерывно измеряется с помощью датчиков температуры 4, 7, 8 (быстродействующие термопары типа Т (Cu-CuNi) в виде игловидных зондов) и отображается на дисплее цифрового трехканального термометра 6 марки Testo 735-2. Линейная скорость потока спирта автоматически измеряется и регулируется при помощи термоанеметрического датчика скорости потока 15 марки FS7, подключенного к цифровому модулю управления 16. Последний состоит из модуля

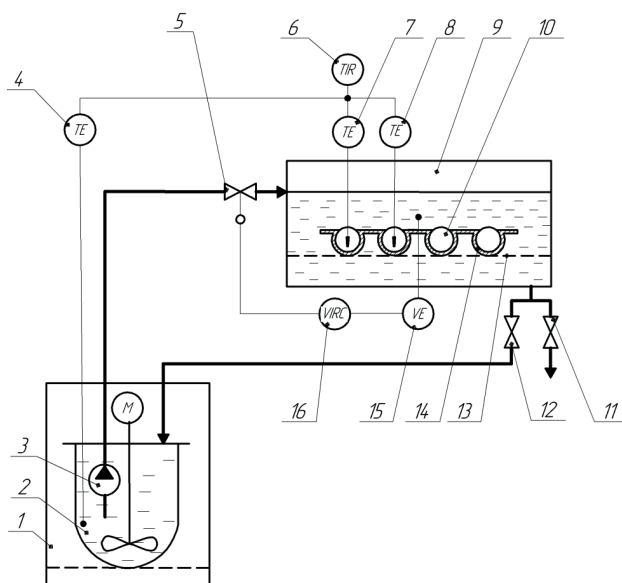


Рисунок 1. Схема экспериментальной установки: 1 – камера холодильная; 2 – емкость с мешалкой; 3 – насос погружной; 4, 7 и 8 – датчик температуры; 5 – вентиль регулировочный; 6 – термометр цифровой трехканальный; 9 – камера охлаждающая; 10 – отлитая карамель; 11 – вентиль сливной; 12 – вентиль; 13 – поддон сетчатый; 14 – форма силиконовая; 15 – датчик скорости потока термоанемометрический; 16 – модуль управления

Figure 1. Scheme of the experimental set: 1 – refrigerating chamber; 2 – container with a stirrer; 3 – submersible pump; 4, 7, and 8 – temperature sensor; 5 – control valve; 6 – digital three-channel thermometer; 9 – cooling chamber; 10 – cast caramel; 11 – drain valve; 12 – valve; 13 – mesh pallet; 14 – silicone mold; 15 – hot-wire flow velocity sensor; 16 – control module

сопряжения FS-Flowmodul, управляющего модуля SLSTK3400A (Silicon Labs) на базе микроконтроллера серии EFM32 Gecko и сенсорного TFT-дисплея Riverdi, оснащенного встроенным графическим контроллером FT801. Модуль 16 управляет работой регулировочного вентиля 5, обеспечивая постоянство объемного расхода спирта и линейную скорость потока спирта в охлаждающей камере 9. Для слива спирта из камеры 9 и проведения ее санитарной обработки предусмотрен сливной вентиль 11.

Результаты и их обсуждение

На первом этапе работы проводился сравнительный анализ кинетических кривых охлаждения карамели с помощью воздуха в холодильной установке с регулируемой температурой и в «пищевом» этиловом спирте, охлаждаемом в холодильной камере с фреоновой батареей, при разных температурах – от 10 °С (это температура охлаждения карамели по традиционной технологии) до максимально возможной низкой температуры с позиции приемлемости и технологичности –5 °С. На рисунке 2 показано, что

продолжительность охлаждения карамели в спирте меньше, чем на воздухе. Это можно объяснить различными теплофизическими свойствами данных агентов, т. к. теплоемкость, теплопроводность и температуропроводность спирта выше, чем у воздуха при одинаковых условиях. Характер кривых охлаждения для всех температурных режимов идентичен. Причем, чем ниже температура охлаждающего агента, тем интенсивнее происходит охлаждение карамели до необходимой прочности. В начальный период охлаждения происходит быстрое снижение температуры карамели, особенно при охлаждении в спирте, что свидетельствует о высокой скорости охлаждения карамели в первый период. В дальнейшем скорость охлаждения снижается, а затем постепенно стабилизируется и температура карамели постепенно приближается к температуре охлаждающей среды. Следовательно, продолжительность охлаждения карамели во многом зависит от температуры охлаждающей среды. Например, если для охлаждения карамели от 120 до 35 °С на воздухе с температурой от 10 до –5 °С необходимо 1200–400 с (или 20–6,7 мин), то для охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте при тех же температурах потребуется 180–95 с (или 3–1,6 мин).

Таким образом, охлаждение карамели в спирте, по сравнению с воздухом, происходит в 6,6–4,2 раза быстрее. Причем при снижении температуры охлаждающей среды процесс охлаждения интенсифицируется. Об этом свидетельствуют данные экстраполяции кривых зависимости температуры от продолжительности постепенного

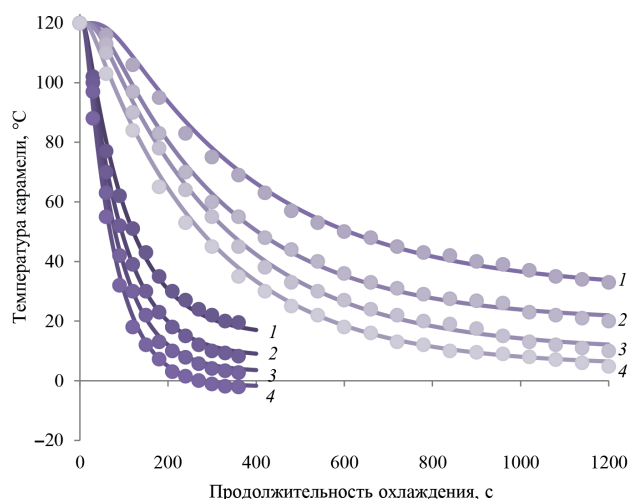


Рисунок 2. Динамика изменения температуры карамели в процессе ее охлаждения с помощью воздуха (●) и в пищевом этиловом спирте (◆) при температуре охлаждающих агентов, °С: 1 – 10; 2 – 5; 3 – 0; 4 – –5

Figure 2. Changes in the temperature of the caramel during cooling with air (●) and in potable ethanol (◆) at a temperature of cooling agents: 1 – 10°C; 2 – 5°C; 3 – 0°C; 4 – –5°C

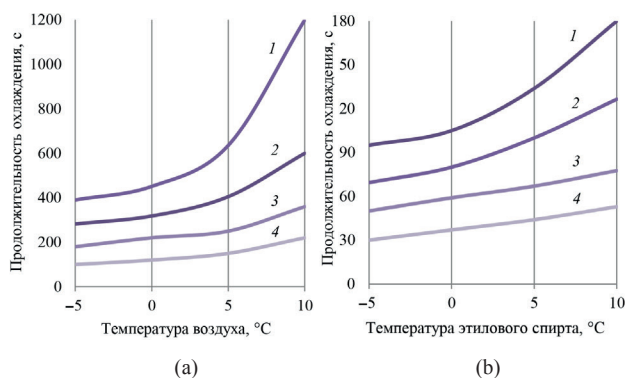


Рисунок 3. Номограммы охлаждения карамели с помощью воздуха (а) и пищевого этилового спирта (б) до температуры, °С: 1 – 35; 2 – 50; 3 – 70; 4 – 90

Figure 3. Nomograms of caramel air-cooling (a) and ethanol-cooling (b) to temperatures: 1 – 35°C; 2 – 50°C; 3 – 70°C; 4 – 90°C

охлаждения карамели до разной температуры – 90, 70, 50 и 35 °С (рис. 3). По полученным номограммам можно определить продолжительность охлаждения карамели в охлаждающей среде и рассчитать объем рабочей камеры для охлаждения карамели. Дальнейшее снижение температуры спирта в области низких температур от –10 °С до –20 °С позволит повысить интенсивность охлаждения карамели. Это подтверждает целесообразность применения этилового спирта в качестве охлаждающего агента для охлаждения карамели.

Для исследования динамики конвективного охлаждения карамели при разной скорости потока этилового спирта и выбора оптимальных режимов процесса охлаждения была изготовлена экспериментальная установка. Она характеризуется высоким уровнем автоматизации измерений и управления основными параметрами процесса охлаждения и возможностью одновременного проведения двух параллельных измерений, что повышает достоверность экспериментальных данных.

При разработке математической модели конвективного охлаждения карамели в этиловом спирте приняты следующие допущения: 1) карамель имеет сферическую форму радиусом R ; 2) внутренние источники тепловыделения (телопоглощения) в карамели отсутствуют; 3) карамель в форме шара является изотропным телом; 4) теплофизические характеристики карамели и охлаждающей среды (этилового спирта) неизменны во времени; 5) температура охлаждающей среды постоянна; 6) перенос тепла из центра карамели к ее поверхности осуществляется за счет теплопроводности, дальнейший отвод тепла с поверхности карамели к охлаждающей среде осуществляется за счет конвекции; 7) задача теплопроводности карамели в форме шара является симметричной относительно ее центра; 8) теплоинерционными свойствами материала формы, в которой расположена карамель, пренебрегаем.

Карамель в форме шара с радиусом R , равномерно нагретая до температуры T_0 , погружена в пищевой этиловый спирт с температурой T_c , причем $T_c < T_0$. Этиловый спирт движется относительно карамели с постоянной скоростью \mathcal{G} .

Общее уравнение нестационарной теплопроводности карамели в форме шара в сферической системе координат имеет вид [10, 11]:

$$\frac{\partial T(\varphi, \theta, r, \tau)}{\partial \tau} = a \Delta T(\varphi, \theta, r, \tau) \quad (1)$$

где φ, θ – углы между радиус-вектором температуры и осями абсцисс и аппликаты; r – расстояние от начала координат до точки $T(\varphi, \theta, r, \tau)$, м; t – время, с; $T(\varphi, \theta, r, \tau)$ – температура в точке пространства с координатами (φ, θ, r) в момент времени t , °С; a – коэффициент температуропроводности карамели, м²/с; Δ – оператор Лапласа.

Раскрывая оператор Лапласа, представим уравнение (1) в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(\varphi, \theta, r, \tau)}{\partial \tau} = a & \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T(\varphi, \theta, r, \tau)}{\partial r} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T(\varphi, \theta, r, \tau)}{\partial \varphi^2} + \\ & \left. + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T(\varphi, \theta, r, \tau)}{\partial \theta} \right) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

В силу принятых допущений о симметричности уравнение нестационарной теплопроводности карамели в форме шара окончательно примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a & \left(\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right) \\ \tau > 0, \quad 0 < r < R \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение нестационарной теплопроводности карамели (3) должно быть дополнено с соответствующими начальными и граничными условиями.

Начальное условие задает распределение температуры по объему карамели в начальный момент времени (в момент времени $t = 0$ температура карамели имеет постоянное значение T_0):

$$T(r, 0) = T_0, \quad 0 < r < R \quad (4)$$

На поверхности карамели ($r = R$) реализуется конвективный теплообмен между карамелью и пищевым этиловым спиртом (граничное условие третьего рода):

$$-\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} = \alpha (T(R, \tau) - T_c), \quad \tau > 0 \quad (5)$$

где a – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); λ – коэффициент теплопроводности карамели, Вт/(м·К); $T(R, \tau)$ – температура на поверхности карамели, °С; T_c – температура этилового спирта, °С.

Поскольку рассматриваемая задача является осесимметричной, то граничные условия должны

быть дополнены условием адиабатичности поверхности:

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = 0, \tau > 0 \quad (6)$$

Таким образом, задача нестационарной теплопроводности карамели в форме шара примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right), & \tau > 0, 0 < r < R; \\ T(r, 0) = T_0, & 0 < r < R; \\ -\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} = \alpha (T(R, \tau) - T_c), & \tau > 0; \\ \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = 0, & \tau > 0 \end{cases} \quad (7)$$

Задача нестационарной теплопроводности карамели в постановке (7) представлена в размерном виде и содержит восемь физических переменных, что усложняет ее решение и анализ. С целью сокращения количества переменных и упрощения граничных условий проведена операция нормирования переменных, т. е. приведение их к безразмерному виду. Для этого введем безразмерные переменные и параметры:

$$X = \frac{r}{R} \quad (8)$$

$$\Theta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} \quad (9)$$

$$Fo = \frac{a\tau}{R^2} \quad (10)$$

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda} \quad (11)$$

где X – безразмерная координата; Θ – безразмерная избыточная температура; Fo – число Фурье; Bi – критерий Био.

С учетом этого третья начально-краевая задача нестационарной теплопроводности карамели (5) принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{1}{X^2} \frac{\partial}{\partial X} \left(X^2 \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right), \\ \Theta = 0, & Fo = 0; \\ -\frac{\partial \Theta}{\partial X} = Bi\Theta, & X = 1; \\ \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0, & X = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Решая задачу вида (12) методом Фурье, получим закон изменения безразмерной избыточной температуры карамели в форме шара при ее охлаждении в этиловом спирте [12]:

$$\Theta = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin(\mu_n X)}{X \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (13)$$

где A_n – тепловые амплитуды; μ_n – собственные

значения, являющиеся корнями трансцендентного уравнения:

$$\operatorname{tg} \mu = -\frac{1}{Bi-1} \mu \quad (14)$$

Тепловые амплитуды:

$$A_n = \frac{2(\sin(\mu_n) - \mu_n \cos(\mu_n))}{\mu_n - \sin(\mu_n) \cos(\mu_n)} \quad (15)$$

Заменяя в последнем выражении $\sin(\mu_n)$ и $\cos(\mu_n)$ через μ_n и Bi , получим выражения для расчета тепловых амплитуд A_n :

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2Bi \sqrt{\mu_n^2 + (Bi-1)^2}}{\mu_n^2 + Bi^2 - Bi} \quad (16)$$

Переходя от безразмерного вида (13) к размерным переменным с учетом выражений (8), (9) и (10), получим уравнение:

$$T(r, \tau) = T_0 + (T_c - T_0) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} \tau\right) \right] \quad (17)$$

Среднеобъемная температура карамели:

$$\bar{T}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 T(r, \tau) dr \quad (18)$$

Подставляя в (18) вместо $T(r, \tau)$ решение (17), после интегрирования получим закон изменения среднеобъемной температуры карамели:

$$\bar{T}(\tau) = T_0 + (T_c - T_0) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} \tau\right) \right] \quad (19)$$

где коэффициент B_n определяется как:

$$B_n = \frac{6 Bi^2}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)} \quad (20)$$

Количество теплоты Q^* , Дж, отведенной при охлаждении от карамели за промежуток времени от $\tau = 0$ до $\tau = \tau^*$, составит:

$$Q^* = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho c (T_0 - \bar{T}^*) \quad (21)$$

где \bar{T}^* – среднеобъемная температура карамели к моменту времени $\tau = \tau^*$, находится интегрированием:

$$\begin{aligned} \bar{T}^* &= \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 T(r, \tau^*) dr = T_0 + \\ &+ (T_c - T_0) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a}{R^2} \tau^*\right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

где коэффициент B_n определяется по формуле (20).

Задача о нестационарной теплопроводности карамели в виде (7) должна быть дополнена расчетными соотношениями, характеризующими условия конвективного теплообмена между карамелью и этиловым спиртом.

Критерий Нуссельта Nu для шара в случае вынужденной конвекции в виде известной аппроксимации Ранда-Маршалла [13]:

$$Nu = 2 + 0,6Re_c^{0,5}Pr_c^{0,33} \quad (23)$$

где Re_c , Pr_c – критерии Рейнольдса и Прандтля, рассчитываемые для этилового спирта при его температуре T_c в ядре потока [14].

Критерий Рейнольдса Re_c характеризует интенсивность вынужденного движения спирта. Представляет собой отношение сил инерции (скоростного напора) к силам вязкого трения:

$$Re_c = \frac{\mathcal{G}_c \cdot d \cdot \rho_c}{\mu_c} \quad (24)$$

где \mathcal{G}_c – скорость движения этилового спирта, м/с; d – диаметр карамели, м; ρ_c – плотность спирта, кг/м³; μ_c – динамическая вязкость спирта, Па·с.

Критерий Прандтля Pr_c характеризует влияние физико-химических свойств этилового спирта на интенсивность теплообмена:

$$Pr_c = \frac{\mu_c c_c}{\lambda_c} \quad (25)$$

где c_c – удельная теплоемкость спирта, Дж/(кг·м³); λ_c – коэффициент теплопроводности спирта, Вт/(м·К).

Критерий Нуссельта Nu , характеризует подобие процессов теплопереноса на границе между карамелью и потоком этилового спирта:

$$Nu = \frac{\alpha_c \cdot d}{\lambda_c} \quad (26)$$

где α_c – коэффициент теплоотдачи от карамели к спирту, Вт/(м²·К).

Располагая значением критерия Нуссельта, вычисленным по (23), из формулы (26) можно определить значение коэффициента теплоотдачи α_c :

$$\alpha_c = \frac{Nu \cdot \lambda_c}{d} \quad (27)$$

Физико-химические и теплофизические характеристики пищевого этилового спирта и его водных растворов изучались многими исследователями. Теоретические и экспериментальные данные проанализированы и обобщены в соответствующих справочных изданиях. Среди справочников прошлого столетия, которые актуальны и в наши дни и доступных широкой научной общественности, следует отметить справочники Н. Б. Варгафтика, R. C. Reid, J. M. Prausnitz and T. K. Sherwood, S. Bretznajder, выдержавшие несколько переизданий. В данных справочных пособиях представлены теоретические и эмпирические данные о свойствах этилового спирта и его водных растворов при положительных температурах, в широком интервале изменения давления, а также на линии насыщения.

Практический интерес представляет справочник В. П. Стабникова [15]. В нем, помимо свойств этилового спирта и его растворов при положительных температурах, а также фазовых

равновесий в бинарных и многокомпонентных системах, приведены сведения о теплофизических свойствах этилового спирта при отрицательных температурах (до –100 °С). Это является важным при моделировании и расчетах параметров низкотемпературных процессов пищевых технологий.

В связи с совершенствованием инструментальных методов термического и калориметрического анализа, а также приборной техники для их реализации уточнены фазовые диаграммы, уравнения состояния и основные термодинамические свойства этилового спирта и его водных растворов в широких диапазонах параметров состояния [16–20].

Обработка экспериментальных данных по методике, изложенной в работе [21], позволила получить эмпирические зависимости основных теплофизических характеристик этилового спирта от его температуры T_c в интервале от –40 °С до 20 °С [15–20]:

– динамическая вязкость μ_c , Па·с:

$$\mu_c = -1,7 \cdot 10^{-7} T_c^3 - 4,0 \cdot 10^{-6} T_c^2 - 4,0 \cdot 10^{-5} T_c + 0,0018 \quad (28)$$

– удельная теплоемкость c_c , Дж/(кг·К):

$$c_c = 0,0011 T_c^3 - 0,0014 T_c^2 + 8,6493 T_c + 2311,4 \quad (29)$$

– плотность ρ_c , кг/м³:

$$\rho_c = -0,00048 T_c^3 - 0,0115 T_c^2 - 0,8548 T_c + 807,02 \quad (30)$$

– коэффициент теплопроводности λ_c , Вт/(м·К):

$$\lambda_c = -2,0 \cdot 10^{-8} T_c^3 - 1,0 \cdot 10^{-6} T_c^2 - 0,0003 T_c + 0,1749 \quad (31)$$

Максимальная относительная ошибка вычислений по уравнениям (28)–(31) не превышает 1,2 %.

Коэффициент температуропроводности карамели a , м²/с, входящий в уравнение (7), характеризует теплоинерционные свойства карамели:

$$a = \frac{\lambda}{c \rho} \quad (32)$$

где λ – коэффициент теплопроводности карамели, Вт/(м·К); c – удельная теплоемкость карамели, Дж/(кг·м³); ρ – плотность карамели, кг/м³.

В современной библиографии отсутствуют надежные данные о теплофизических характеристиках карамельных масс. В части опубликованных работ, доступных для ознакомления, приводятся значения теплофизических свойств полуфабрикатов и готовых изделий карамельного производства в виде интервальных оценок без указания физико-химического состава, рецептуры и параметров их приготовления [22, 23].

Более информативными являются справочные издания, где представлены экспериментальные данные о теплофизических характеристиках карамельных масс с массовой долей влаги 2,0 и 3,0–5,0 % в интервале температур от 20 до 80 °С [24, 25]. Большинство авторов в своих работах ссылаются именно на эти справочные издания.

Обработка экспериментальных данных, представленных в [24, 25] с привлечением

рекомендуемых значений из [22, 23], по методике, изложенной в работе [21], позволила получить эмпирические зависимости основных теплофизических характеристик карамельной массы с массовой долей влаги 2,0–5,0 % от температуры T в интервале от 20 °С до 120 °С:

– удельная теплоемкость c , Дж/(кг·К):

$$c = 1417,7 + 5,0854T \quad (33)$$

– плотность ρ , кг/м³:

$$\rho = 1601,3 - 1,1847T \quad (34)$$

– коэффициент теплопроводности λ Вт/(м·К):

$$\lambda = 0,3881 - 0,0021T \quad (35)$$

Максимальная относительная ошибка вычислений по уравнениям (33)–(35) не превышает 8,5 %.

С целью верификации математической модели охлаждения карамели в пищевом этиловом спирте и оценки влияния некоторых технологических параметров на динамику охлаждения карамели была проведена серия вычислительных экспериментов с использованием математического пакета Mathcad ver. 15.0 [26].

Исходные данные для вычислительного эксперимента: радиус карамели $R = 0,004$ м; начальная температура карамели $T_0 = 120$ °С; удельная теплоемкость, плотность, коэффициент теплопроводности и коэффициент температуропроводности карамели, рассчитанные при средней температуре карамели 75 °С по формулам (33)–(35) и (32), равны $c = 1799,105$ Дж/(кг·К), $\rho = 1512,447$ кг/м³, $\lambda = 0,231$ Вт/(м·К) и $a = 8,475 \times 10^{-8}$ м²/с.

Вычислительный эксперимент № 1 связан с верификацией математической модели и оценкой влияния температуры этилового спирта на динамику охлаждения карамели. Скорость движения спирта $g = 0,0001$ м/с, что близко к условиям теплообмена

при естественной конвекции. Вычисления проведены для температуры спирта $T_c = 10, 0$ и -10 °С. В таблице 2 представлены значения теплофизических характеристик этилового спирта при данных температурах, вычисленных по формулам (28)–(31). Расчет значений критериев Рейнольдса, Прандтля и Нуссельта, а также коэффициента теплоотдачи и критерия Био проведен по формулам (24)–(25), (23) и (11) (табл. 3).

Рассчитанные значения критерия Био (табл. 3) определяет набор собственных чисел m , которые являются корнями трансцендентного уравнения (14). Поиск первых двадцати корней уравнения (14) осуществлен по методу Ньютона [27].

Расчет динамики изменения среднеемкой температуры карамели при ее охлаждении в этиловом спирте проведен по формуле (19). На рисунке 4 представлены экспериментальные данные (в виде графических пиктограмм), полученные на экспериментальной установке (рис. 3). На рисунке 4 приведены результаты вычислительного эксперимента № 1 в виде соответствующих графических зависимостей.

Скорость охлаждения карамели изменяется в ходе процесса охлаждения. Это обусловлено механизмом конвективного теплообмена на границе «карамель-спирт», «карамель-воздух», при котором скорость пропорциональна разности температур между охлаждаемым телом и хладагентом. В этом случае осуществляется интенсивное охлаждение на начальном этапе, когда разница температур существенна. Охлаждение снижается по мере выравнивания температур.

Вычислительный эксперимент № 2 связан с верификацией математической модели и оценкой влияния скорости движения спирта на динамику охлаждения карамели. Температура этилового спирта

Таблица 2. Значения теплофизических характеристик этилового спирта

Table 2. Thermophysical profile of ethanol

Температура спирта T_c , °С	Динамическая вязкость m_c , Па·с	Удельная теплоемкость c_c , Дж/(кг·К)	Плотность ρ_c , кг/м ³	Коэффициент теплопроводности λ_c , Вт/(м·К)
10	$8,3 \times 10^{-4}$	2399	796,842	0,172
0	$1,8 \times 10^{-3}$	2311	807,02	0,175
-10	$1,97 \times 10^{-3}$	2224	814,898	0,178

Таблица 3. Значения критериев подобия в зависимости от температуры спирта

Table 3. Values of similarity criteria depending on the temperature of ethanol

Температура спирта T_c , °С	Критерий Рейнольдса Re_c	Критерий Прандтля Pr_c	Критерий Нуссельта Nu	Коэффициент теплоотдачи a_c , Вт/(м ² ·К)	Критерий Био Bi
10	0,768	11,591	2,802	60,162	1,043
0	0,359	23,788	2,726	59,595	1,034
-10	0,331	24,635	2,702	60,064	1,042

Таблица 4. Значения критериев подобия в зависимости от скорости движения спирта

Table 4. Values of similarity criteria depending on the flow rate of ethanol

Скорость движения спирта g_c , м/с	Критерий Рейнольдса Re_c	Критерий Прандтля Pr_c	Критерий Нуссельта Nu	Коэффициент теплоотдачи a_c , Вт/(м ² ·К)	Критерий Био Bi
0,0001	0,359	23,788	2,726	59,595	1,034
0,001	3,587	23,788	5,242	114,614	1,988
0,01	35,868	23,788	16,484	360,374	6,251

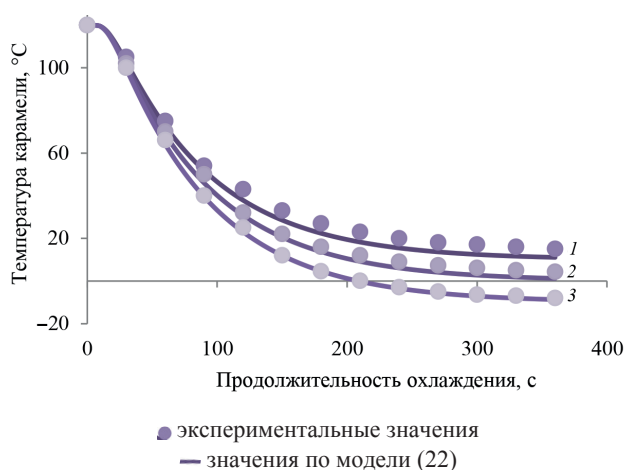


Рисунок 4. Динамика изменения среднеобъемной температуры карамели при постоянной температуре пищевого этилового спирта, °С: 1 – 10; 2 – 0; 3 – –10

Figure 4. Changes in the average volume temperature of caramel at a constant temperature of ethanol: 1 – 10°C; 2 – 0°C; 3 – –10°C

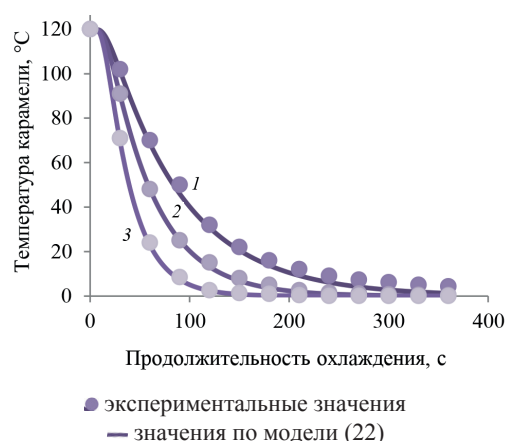


Рисунок 5. Динамика изменения среднеобъемной температуры карамели при постоянной скорости потока пищевого этилового спирта, м/с: 1 – 0,0001; 2 – 0,001; 3 – 0,01

Figure 5. Changes in the average volumetric temperature of caramel at a constant flow rate of ethanol, m/s: 1 – 0.0001; 2 – 0.001; 3 – 0.01

$T_c = 0$ °С. Теплофизические характеристики спирта, рассчитанные по формулам (28)–(31) при температуре $T_c = 0$ °С, составили: удельная теплоемкость $c_c = 2311,4$ Дж/(кг·К), плотность $\rho_c = 807,02$ кг/м³, коэффициент теплопроводности $\lambda_c = 0,175$ Вт/(м·К) и динамическая вязкость $\mu_c = 1,8 \times 10^{-3}$ Па·с. Вычисления проведены для скорости движения спирта $g_c = 0,0001, 0,001$ и $0,01$ м/с. Расчет значений критериев Рейнольдса, Прандтля и Нуссельта, а также коэффициента теплоотдачи и критерия Био проведен по формулам (24)–(25), (23) и (11) (табл. 4).

Первые двадцать корней уравнения (14) рассчитаны также методом Ньютона [27]. Изменение среднеобъемной температуры карамели во времени при ее охлаждении в этиловом спирте вычислено по формуле (19). На рисунке 5 представлены экспериментальные данные (в виде графических пиктограмм), полученные на экспериментальной установке (рис. 3). На рисунке 5 приведены результаты вычислительного эксперимента № 2 в виде соответствующих графических зависимостей.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных (рис. 5) показывает удовлетворительное совпадение результатов вычислительных экспериментов с изменением среднеобъемной температуры карамели в форме шара при ее охлаждении в

этиловом спирте с максимальной относительной погрешностью не более 15,5 %.

Выводы

С точки зрения технологии способ охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте является инновационным, перспективным и эффективным. Это позволяет получить карамель с антисептическими свойствами, идеально гладкой, блестящей и сухой поверхностью, которая при упаковке и хранении не намокает, не засахаривается, не слеживается и не прилипает к упаковочному материалу. Упростить и интенсифицировать технологический процесс, сократить производственные площади за счет исключения отдельных технологических стадий и сложных единиц металлоемкого и энергоемкого оборудования при охлаждении карамели на узком охлаждающем транспортере и в охлаждающем шкафу типа АОК. При этом данное оборудование заменяется компактной, простой в эксплуатации, энергосберегающей и высокопроизводительной охлаждающей камерой с «холодным» пищевым этиловым спиртом, что позволит повысить производительность карамели и снизить ее себестоимость.

Разработанная математическая модель позволяет оценить радиальное распределение температуры карамели в форме шара при ее конвективном охлаждении в этиловом спирте, а также прогнозировать изменение среднеобъемной температуры карамели и энергетических затрат в зависимости от продолжительности охлаждения, скорости движения потока этилового спирта, теплофизических свойств карамели и охлаждающего агента. Это дает возможность рассчитать оптимальный технологический режим охлаждения, а также определить статические и динамические характеристики процесса охлаждения, необходимые для синтеза автоматизированной системы управления.

Предложенные математические соотношения могут быть использованы для расчета потребного расхода этилового спирта для охлаждения, а также расчета и подбора оборудования поточной линии производства карамели.

Критерии авторства

А. А. Хвостов – предложил методику проведения эксперимента, обработал экспериментальные данные, выполнил расчеты, корректировал рукопись до подачи в редакцию. Г. О. Магомедов – разработал концепцию исследований, руководил и контролировал проведение научного эксперимента, консультировал в ходе эксперимента. В. И. Ряжских – обработал экспериментальные данные, выполнил расчеты, консультировал в ходе эксперимента. И. В. Плотникова – обзор литературных источников по исследуемой проблеме, проведен эксперимент, корректировала рукопись до подачи в редакцию. А. А. Журавлев – обзор литературных источников по исследуемой проблеме, обработал экспериментальные данные, выполнил расчеты, корректировал рукопись ее до подачи в редакцию. М. Г. Магомедов – провел эксперимент, обработал экспериментальные данные, организовал производственные испытания.

Все авторы в равной степени принимали участие в написании рукописи и несут ответственность за плагиат.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Благодарность

Авторы выражают благодарность д-р техн. наук, профессору И. А. Хаустову (заведующий кафедрой информационных и управляющих систем ФГБОУ ВО ВГУИТ) за помощь при автоматизации экспериментальной установки для охлаждения карамели в «холодном» пищевом этиловом спирте.

Contribution

A.A. Khvostov developed the methodology, processed the experimental data, performed calculations, and proof-read the manuscript. G.O. Magomedov developed the research concept, supervised the experiment, and provided consultations. V.I. Ryazhskih processed the experimental data, performed calculations, and provided consultations. I.V. Plotnikova reviewed literary sources and proof-read the manuscript. A.A. Zhuravlev reviewed literary sources, processed experimental data, performed calculations, and proof-read the manuscript. M.G. Magomedov performed the experiment, processed experimental data, and organized production tests.

All authors were equally involved in writing the manuscript and bear equal responsibility for any possible plagiarism.

Conflict of interest

The authors declare that there is no conflict of interest regarding the publication of this article.

Acknowledgements

The authors would like to express their sincere gratitude to Professor I.A. Khaustov, Dr.Sci.(Eng.), Head of the Department of Information and Control Systems of Voronezh State University of Engineering Technologies, for his assistance in automating the experimental installation for cooling caramel in “cold” potable ethanol.

Список литературы

1. Дейнека, И. Г. Автоматизированная линия производства карамели с переслойными начинками / И. Г. Дейнека, Т. Л. Риполь-Сарагоси, Г. Б. Бушкова // Наукові 14 праці НУХТ. – 2015. – Т. 21, № 1. – С. 7–14.
2. Минифай, Б. У. Шоколад, конфеты, карамель и другие кондитерские изделия / Б. У. Минифай. – СПб. : Профессия, 2008. – 816 с.
3. Носенко, С. М. Оборудование кондитерского производства XXI века / С. М. Носенко, С. В. Чувахин. – М. : ДеЛи плюс, 2017. – 332 с.
4. Hartel, R. W. Confectionery science and technology / R. W. Hartel, J. H. von Elbe, R. Hofberger. – Cham : Springer, 2018. – 536 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61742-8>.
5. Драгилев, А. И. Основы кондитерского производства / А. И. Драгилев, Г. А. Маршалкин. – СПб. : Лань, 2017. – 532 с.
6. Jeffery, M. S. The technology of caramel and fudge / M. S. Jeffery. – European Federation of Food Science and Technology, 2001. – 110–113 p.

7. Physical and chemical properties of caramel systems / M.-S. Chung, R. R. Ruan, P. L. Chen [et al.] // *LWT – Food Science and Technology*. – 1999. – Vol. 32, № 3. – P. 162–166. DOI: <https://doi.org/10.1006/fstl.1998.0521>.
8. Kasapis, S. Separation of the variables of time and temperature in the mechanical properties of high sugar/polysaccharide mixtures / S. Kasapis, G. Sworn // *Biopolymers*. – 2000. – Vol. 53, № 1. – P. 40–45. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0282\(200001\)53:1<40::AID-BIP4>3.0.CO;2-N](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0282(200001)53:1<40::AID-BIP4>3.0.CO;2-N).
9. Технология карамели / Г. О. Магомедов, А. Я. Олейникова, И. В. Плотнокова [и др.]. – СПб. : ГИОРД, 2008. – 216 с.
10. Апполонский, С. М. Дифференциальные уравнения математической физике в электротехнике / С. М. Апполонский. – СПб. : Питер, 2012. – 352 с.
11. Rathore, M. M. *Engineering heat transfer* / M. M. Rathore, R. R. Kapuno. – Jones and Bartlett, 2011. – 1178 p.
12. Карташов, Э. М. Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений / Э. М. Карташов, В. А. Кудинов. – М. : ЛЕНАНД, 2018. – 1080 с.
13. Simakov, N. N. Calculation of the drag and heat transfer from a sphere in the gas flow in a cylindrical channel / N. N. Simakov // *Technical Physics*. – 2016. – Vol. 61, № 9. – P. 1312–1318. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063784216090231>.
14. Процессы и аппараты. Расчет и проектирование аппаратов для тепловых и теплообменных процессов / А. Н. Остриков, В. Н. Василенко, Л. Н. Фролова [и др.]. – СПб. : Лань, 2018. – 440 с.
15. Стабников, В. Н. Этиловый спирт / В. Н. Стабников, И. М. Ройтер, Т. Б. Процюк. – М. : Пищевая промышленность, 1976. – 272 с.
16. Safarov, D. T. Investigation of the thermophysical properties of ethyl alcohol + water solutions / D. T. Safarov, A. N. Shakhverdiev // *High Temperature*. – 2001. – Vol. 39, № 3. – P. 395–400. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1017506524963>.
17. Specific heat capacity at constant pressure of ethanol by flow calorimetry / T. Miyazawa, S. Kondo, T. Suzuki [et al.] // *Journal of Chemical and Engineering Data*. – 2012. – Vol. 57, № 6. – P. 1700–1707. DOI: <https://doi.org/10.1021/je2013473>.
18. Ahmadi, P. Density, speed of sound, and other derived properties of ethanol at pressures up to 65 MPa / P. Ahmadi, B. N. Karim Nobakht, A. Chapoy // *Journal of Chemical and Engineering Data*. – 2018. – Vol. 63, № 7. – P. 2486–2499. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.jced.7b01018>.
19. Schroeder, J. A. A fundamental equation of state for ethanol / J. A. Schroeder, S. G. Penoncello, J. S. Schroeder // *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. – 2014. – Vol. 43, № 4. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4895394>.
20. Dillon, H. E. A fundamental equation for calculation of the thermodynamic properties of ethanol / H. E. Dillon, S. G. Penoncello // *International Journal of Thermophysics*. – 2004. – Vol. 25, № 2. – P. 321–335. DOI: <https://doi.org/10.1023/B:IJOT.0000028470.49774.14>.
21. Недошивин, С. В. Нелинейный регрессионный анализ в статистическом машинном эксперименте / С. В. Недошивин // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. – 2014. – № 10–1. – С. 68–81.
22. Калошин, Ю. А. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции / Ю. А. Калошин, Ю. М. Березовский, Л. В. Верняева. – М. : ДеЛи принт, 2011. – 175 с.
23. Драгилев, А. И. Сборник задач по расчету технологического оборудования кондитерского производства / А. И. Драгилев, М. Д. Руб. – М. : ДеЛи принт, 2005. – 243 с.
24. Чубик, И. А. Справочник по теплофизическим характеристикам пищевых продуктов и полуфабрикатов / И. А. Чубик, А. М. Маслов. – М. : Пищевая промышленность, 1970. – 184 с.
25. Справочник по сырью, полуфабрикатам и готовым изделиям кондитерского производства / М. Я. Антокольская, И. И. Бронштейн, М. И. Мартынов [и др.]. – М. : Пищевая промышленность, 1964. – 231 с.
26. Макаров, Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15 / Е. Г. Макаров. – СПб. : Питер, 2011. – 400 с.
27. Linge, S. Solving nonlinear algebraic equations / S. Linge, H. P. Langtangen // *Programming for computations – MATLAB/Octave* / S. Linge, H. P. Langtangen. – Cham : Springer, 2016. – P. 177–201. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-32452-4_6.


References

1. Dejneka IG, Ripol-Saragosi TL, Bushkova GB. Automated production line of caramel with interbedded fillings. *Scientific Works of NUFT*. 2015;21(1):7–14. (In Russ.).
2. Minifie B. *Chocolate, cocoa and confectionery: science and technology*. St. Petersburg: Professija; 2008. 816 p. (In Russ.).
3. Nosenko SM, Chuvakhin SV. *Oborudovanie konditerskogo proizvodstva XXI veka [Equipment for confectionery production of the XXI century]*. Moscow: DeLi plyus; 2017. 332 p. (In Russ.).
4. Hartel RW, von Elbe JH, Hofberger R. *Confectionery science and technology*. Cham: Springer; 2018. 536 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61742-8>.
5. Dragilev AI, Marshalkin GA. *Osnovy konditerskogo proizvodstva [Confectionery basics]*. St. Petersburg: Lan; 2017. 532 p. (In Russ.).
6. Jeffery MS. The technology of caramel and fudge. *European Federation of Food Science and Technology*; 2001. 110–113 p.

7. Chung M-S, Ruan RR, Chen PL, Wang X. Physical and chemical properties of caramel systems. *LWT – Food Science and Technology*. 1999;32(3):162–166. DOI: <https://doi.org/10.1006/fstl.1998.0521>.
8. Kasapis S, Sworn G. Separation of the variables of time and temperature in the mechanical properties of high sugar-polysaccharide mixtures. *Biopolymers*. 2000;53(1):40–45. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0282\(200001\)53:1<40::AID-BIP4>3.0.CO;2-N](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0282(200001)53:1<40::AID-BIP4>3.0.CO;2-N).
9. Magomedov GO, Oleynikova AY, Plotnikova IV, Brekhov AF. *Tekhnologiya karameli [Caramel technology]*. St. Petersburg: GIOR; 2008. 216 p. (In Russ.).
10. Appolonskiy SM. *Differentsial'nye uravneniya matematicheskoy fizike v ehlektrotekhnike [Differential equations of mathematical physics in electrical engineering]*. St. Petersburg: Piter; 2012. 352 p. (In Russ.).
11. Rathore MM, Kapuno RR. *Engineering heat transfer*. Jones and Bartlett; 2011. 1178 p.
12. Kartashov EhM, Kudinov VA. *Analiticheskie metody teorii teploprovodnosti i ee prilozheniy [Analytical methods of the theory of heat conduction and its applications]*. Moscow: LENAND; 2018. 1080 p. (In Russ.).
13. Simakov NN. Calculation of the drag and heat transfer from a sphere in the gas flow in a cylindrical channel. *Technical Physics*. 2016;61(9):1312–1318. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063784216090231>.
14. Ostrikov AN, Vasilenko VN, Frolova LN, Terekhina AV. *Protsessy i apparaty. Raschet i proektirovanie apparatov dlya teplovykh i teplomassoobmennyykh protsessov [Processes and equipment. Calculation and design of equipment for thermal and heat-and-mass transfer processes]*. St. Petersburg: Lan; 2018. 440 p. (In Russ.).
15. Stabnikov VN, Royter IM, Protsyuk TB. *Ehtilovyy spirt [Ethanol]*. Moscow: Pishchevaya promyshlennost; 1976. 272 p. (In Russ.).
16. Safarov DT, Shakhverdiev AN. Investigation of the thermophysical properties of ethyl alcohol + water solutions. *High Temperature*. 2001;39(3):395–400. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1017506524963>.
17. Miyazawa T, Kondo S, Suzuki T, Sato H. Specific heat capacity at constant pressure of ethanol by flow calorimetry. *Journal of Chemical and Engineering Data*. 2012;57(6):1700–1707. DOI: <https://doi.org/10.1021/je2013473>.
18. Ahmadi P, Karim Nobakht BN, Chapoy A. Density, speed of sound, and other derived properties of ethanol at pressures up to 65 MPa. *Journal of Chemical and Engineering Data*. 2018;63(7):2486–2499. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.jced.7b01018>.
19. Schroeder JA, Penoncello SG, Schroeder JS. A fundamental equation of state for ethanol. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 2014;43(4). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4895394>.
20. Dillon HE, Penoncello SG. A fundamental equation for calculation of the thermodynamic properties of ethanol. *International Journal of Thermophysics*. 2004;25(2):321–335. DOI: <https://doi.org/10.1023/B:IJOT.0000028470.49774.14>.
21. Nedoshivin SV. The nonlinear regression analysis in statistical machine experiment. *Izvestiya Tula State University. Technical sciences*. 2014;(10–1):68–81. (In Russ.).
22. Kaloshin YuA, Berezovskiy YuM, Vernyaeva LV. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva syr'ya i gotovoy produktsii [Physical and mechanical properties of raw materials and finished products]*. Moscow: DeLi print; 2011. 175 p. (In Russ.).
23. Dragilev AI, Rub MD. *Sbornik zadach po raschetu tekhnologicheskogo oborudovaniya konditerskogo proizvodstva [Tasks for calculating the parameters of technological equipment for confectionery production]*. Moscow: DeLi print; 2005. 243 p. (In Russ.).
24. Chubik IA, Maslov AM. *Spravochnik po teplofizicheskim kharakteristikam pishchevykh produktov i polufabrikatov [Handbook of thermophysical characteristics of food and semi-finished products]*. Moscow: Pishchevaya promyshlennost; 1970. 184 p. (In Russ.).
25. Antokol'skaya MYa, Bronshteyn II, Martynov MI, Smirnov AF, Shklovskaya AE. *Spravochnik po syr'yu, polufabrikatam i gotovym izdeliyam konditerskogo proizvodstva [Reference book on raw materials, semi-finished products, and finished products of confectionery production]*. Moscow: Pishchevaya promyshlennost; 1964. 231 p. (In Russ.).
26. Makarov EG. *Inzhenernye raschety v Mathcad 15 [Engineering Calculations in Mathcad 15]*. St. Petersburg: Piter; 2011. 400 p. (In Russ.).
27. Linge S, Langtangen HP. Solving nonlinear algebraic equations. In: Linge S, Langtangen HP, editors. *Programming for computations – MATLAB/Octave*. Cham: Springer; 2016. pp. 177–201. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-32452-4_6.


Сведения об авторах

Хвостов Анатолий Анатольевич


д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры математики, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», 394064, Россия, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, тел.: +7 (906) 581-62-68, e-mail: Khvtol1974@yandex.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>

Information about the authors


Anatoly A. Khvostov

Dr.Sci.(Eng.), Professor, Professor of the Department of Mathematics, Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, 54A, Starykh Bol'shevikov Str., Voronezh, 394064, Russia, phone: +7 (906) 581-62-68, e-mail: Khvtol1974@yandex.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>


Магомедов Газибег Омарович

д-р техн. наук, профессор, профессор, заведующий кафедрой технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», 394036, Россия, г. Воронеж, пр. Революции, 19, тел.: +7 (967) 142-06-65, e-mail: gazibeck.magomedov@yandex.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-7201-8387>


Рязских Виктор Иванович

д-р техн. наук, профессор, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 394026, Россия, г. Воронеж, пр. Московский, 14, тел.: +7 (951) 556-37-67, e-mail: ryazhskih_vi@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>


Плотникова Инесса Викторовна

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных техно-логий», 394036, Россия, г. Воронеж, пр. Революции, 19, тел.: +7 (980) 343-50-45, e-mail: plotnikova_2506@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0001-5959-6652>


Журавлев Алексей Александрович

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры математики, Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», 394064, Россия, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, тел.: +7 (908) 148-30-78, e-mail: zhuraa1@rambler.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-2194-767X>


Магомедов Магомед Гасанович

д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры технологии хлебопекарного, кондитерского, макаронного и зерноперерабатывающего производств, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», 394036, Россия, г. Воронеж, пр. Революции, 19, тел.: +7 (920) 408-05-05, e-mail: mmg@inbox.ru
 <https://orcid.org/0000-0003-2494-4973>

Gazibeg O. Magomedov

Dr.Sci.(Eng.), Professor, Professor, Head of the Department of Technology of Bakery, Confectionery, Macaroni and Grain Processing Production, Voronezh State University of Engineering Technologies, 19, Revolutsii Ave., Voronezh, 394036, Russia, phone: +7 (967) 142-06-65, e-mail: gazibeck.magomedov@yandex.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-7201-8387>


Victor I. Ryazhskih

Dr.Sci.(Eng.), Professor, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Mechanics, Voronezh State Technical University, 14, Moskovskiy Ave., Voronezh, 394026, Russia, phone: +7 (951) 556-37-67, e-mail: ryazhskih_vi@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-2834-3000>


Inessa V. Plotnikova

Cand.Sci.(Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Technology of Bakery, Confectionery, Macaroni and Grain Processing Production, Voronezh State University of Engineering Technologies, 19, Revolutsii Ave., Voronezh, 394036, Russia, phone: +7 (980) 343-50-45, e-mail: plotnikova_2506@mail.ru
 <https://orcid.org/0000-0001-5959-6652>

Aleksey A. Zhuravlev

Cand.Sci.(Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, 54A, Starykh Bol'shevikov Str., Voronezh, 394064, Russia, phone: +7 (908) 148-30-78, e-mail: zhuraa1@rambler.ru
 <https://orcid.org/0000-0002-2194-767X>

Magomed G. Magomedov

Dr.Sci.(Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of Technology of Bakery, Confectionery, Macaroni and Grain Processing Production, Voronezh State University of Engineering Technologies, 19, Revolutsii Ave., Voronezh, 394036, Russia, phone: +7 (920) 408-05-05, e-mail: mmg@inbox.ru
 <https://orcid.org/0000-0003-2494-4973>